

# Soyut Matematik ve Mantık -II

## 1. Hafta Özeti (sayfa 21-34)

### Soyut Matematik Nedir?

Matematik, sayısal özellikleri, değişimi, geometriyi inceleyen bir disiplindir. Matematik insanlığın ortak dilidir. Matematiksel gerçekler dünyadaki her insan için aygırdır. Bu yüzden matematiğe aynı zamanda ortak akıldır. Matematik bilgisi zorunludur (a priori) ve akılla kavranır.

Matematik, saf matematik ve uygulanabilir matematik olmak üzere ikiye ayrılır. Kalkülüs, cebir, sayı kuramı, topoloji gibi alanlar saf matematiğin içine girerken, olasılık kuramı, oyun kuramı, kriptoloji, finansal matematik, matematiksel fizik gibi alanlar da uygulanabilir matematiğe girer.

Soyut Matematik, saf matematiğin kuramsal yöntemini ve temel matematiksel nesnelerin inşasını ~~teorik~~ <sup>sistematik biçimde</sup> öğretir.

### Tanım - Teorem - Kanıt

biçiminde geçen bir yöntemdir sahiptir

Tanım nedir?

Tanım, bir şeyin genelde daha önce tanımlanmış veya bilinen terimleri kullanarak açık, net ve anlaşılır açıklamasına denir

Tanımlar matematikte şu özelliklere sahip olmalıdır:

1. Tanımlanan şeye bir isim verilmelidir
2. Tanım, tanımlanmak istenen kavramın özünü anlatmalıdır.
3. Tanım, döngüsel olmamalıdır.
4. Tanımlanmak istenen kavramın ne olmadığını değil, ne olduğunu söylemeli
5. Tanım, tuhaf ya da anlaşılmayan bir dil kullanmamalıdır.

Matematik Tanımlarla ve aksiyomlarla başlar.

Aksiyon: Kanıtla ilişkisiz, doğrulanmayan ve doğru (Belit) kabul edilen önerme ya da varsayım.

Örneğin, Öklid geometrisinde "iki noktadan bir doğru geçer" aksiyonunun kabul ederiz. Bu ve buna benzer diğer önermelerden yola çıkarak çeşitli iddialar öne sürülür ve bu iddialar tanımlara ve

aksiyomlara dayandırılarak kanıtlanır. Kanıtlanan önermelere genellikle "teoremler" denir.

Teorem. Her  $m$  ve  $n$  tam sayıları için, eğer  $m$  ve  $n$  tek sayılarsa  $m+n$  çift sayıdır.

Kanıt. Eğer  $m$  ve  $n$  tek sayılarsa, bir  $a$  ve  $b$  tam sayısı için,  $m=2a+1$  ve  $n=2b+1$  olur. O zaman,

$$m+n = (2a+1) + (2b+1)$$

$$= 2a+2b+2$$

$$= 2(a+b+1)$$

olur ve bu durumda  $m+n$  sayısı  $(a+b+1)$  sayısının tam 2 kati olduğu için bir çift sayıdır.  $\square$

Tanımlar ve aksiyomlar olmadan matematik yapılamaz. Yoktan bilgi türetilemez. Matematikte bir çıkarımda bulunmak için mutlaka varsayımlara ihtiyaç vardır.

Matematikte her şey tanımlara ve aksiyomlara dayanır. Sonsuzca kadar bir sorulama matematikte yoktur. Temel varsayımları ve tanımları sorulamaz ve derine inmek filozof disiplini. Ancak matematik tanımlarla ve aksiyomlarla başlar

ve matematiksel olarak sonsuzlukla ilgilenir.

Her şeyi matematiksel olarak tanımlamak mümkün değildir. Bir yerde artık tanımlanan şeyi sezgisel olarak kabul ederiz.

Örneğin, matematikte küme kavramını olduğu gibi kabul ederiz. Bunun bir matematiksel tanımı yoktur. Küme kavramının "tanımsızlığın" kabul edip matematik yapmaya başlarız.

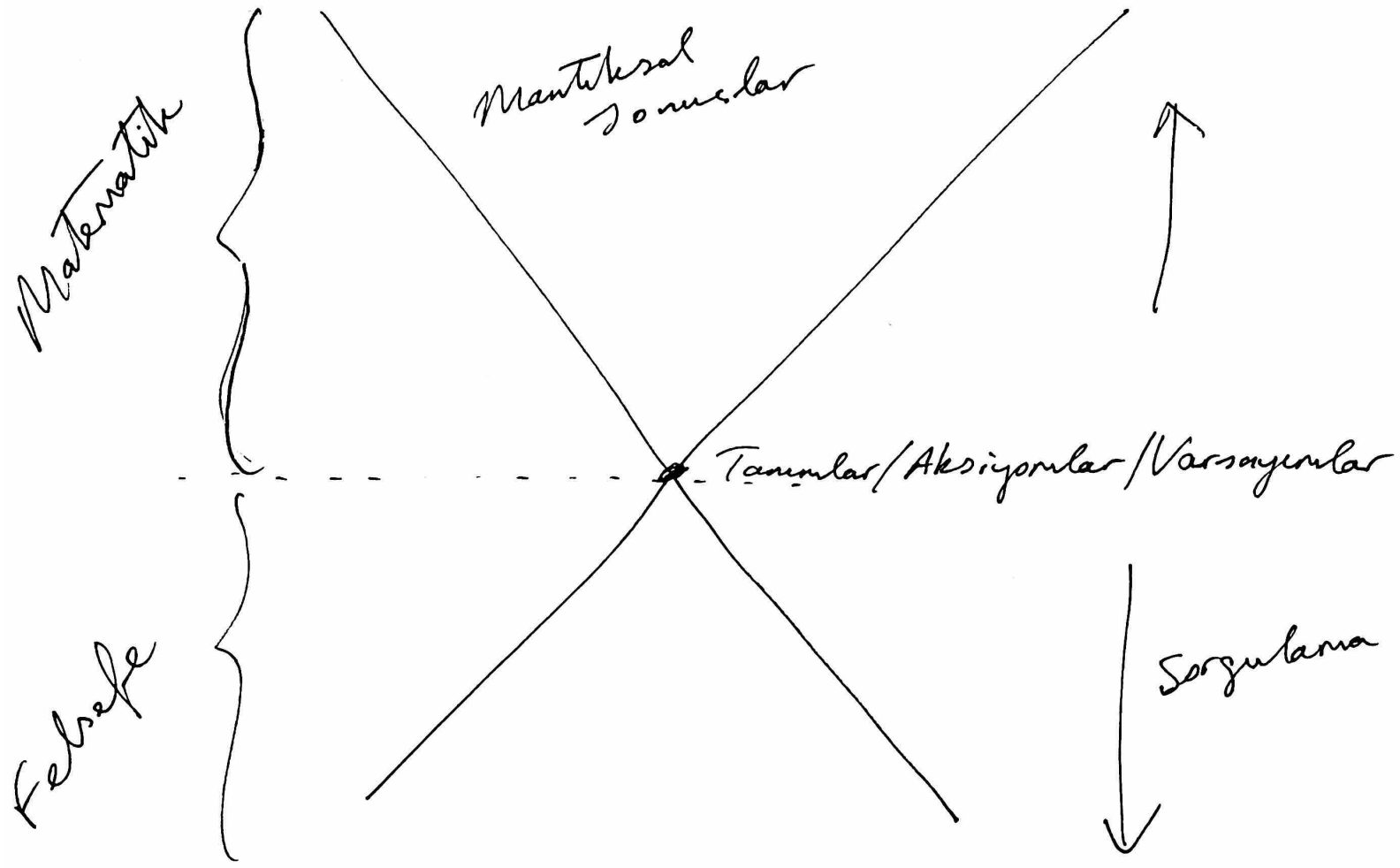
Küme kavramını sezgisel olarak kabul etmesek sonsuz sorgulama hatasına düşeriz. Örneğin,

- "Küme, nesnelardan oluşan topluluktur."
- Peki "topluluk" nedir?
- Topluluk bir birlikteliktir.
- Birliktelik nedir?

⋮

Bu tip sonsuzluğa düşmemek için matematikte sezgisel olarak temel kavramların anlamlarını sorgusuz ve sualsiz kabul ederiz.

Varsayımlar olmadan kanıtlar bir şeye dayandırılmaz, sorgulama sonuna kadar devam eder.



Matematiğeşel yöntem ve felsefi yöntem  
karşılaştırması