

Soyut Matematik ve Mantık - II

5. Hafta Konu Özeti (sayfa 109-112)

Bağıntılar

Bağıntılar, fonksiyonlar için gerekli bir kavramdır. Birçok bağıntı türü olmasına rağmen, en genel tanımıyla, bir bağıntı aslında kartesiyen çarpımın herhangi bir alt kümesidir.

Tanım. A ve B birer küme olsun.

$A \times B$ kümesinin her alt kümesi (ikili) bir bağıntıdır.

Bir küme üzerinde tanımlı bağıntılarda da bahsedebiliriz. A bir küme ise,

$A^2 = A \times A$ kümesinin her alt kümesi A üzerinde ikili bir bağıntıdır.

Genel olarak, bir kartesiyen çarpımın her alt kümesi bir bağıntıdır.

A ve B birer küme, $R \subseteq A \times B$ bir bağıntı olsun.

- Eğer $(a, b) \in R$ ise bunun baren aRb ile gösterebiliriz.

Yani, $(a, b) \in R \iff aRb$

Tanım. $R \subseteq X \times Y$ bir bağıntı olsun. $(x, y) \in R$ olduğunda;

(i) Eğer her bir $x \in X$ için bir tek $y \in Y$ ve her bir y için bir tek x varsa, R' ye birebir bağıntı denir.

(ii) Eğer her $x \in X$ için birden çok y varsa, R' ye bire çok denir.

(iii) Eğer her y için birden çok x varsa, R' ye çok bir denir.

(iv) Eğer birden fazla x için, birden fazla y varsa, R' ye çok çok denir.

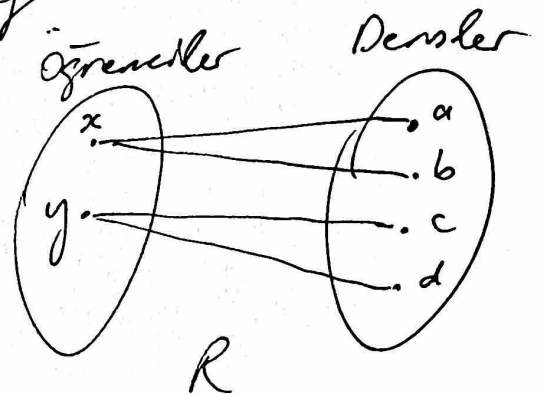
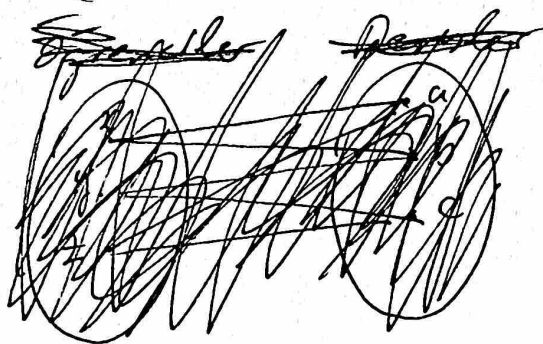
ve birden fazla y için birden fazla x varsa

Örnekler.

- Motorlu taşıtlar kümesinden plakalar kümesine tanımlı olan bağlantılar birebir bağlantılardır. Çünkü her bir motorlu taşıt için sadece bir tane plaka ve her bir plaka için bir tane araç vardır.

- JSGA'daki öğrenciler kümesinden dersler kümesine tanımlı bir bağlantı çokta çok bir bağlantıdır. Çünkü birden fazla öğrenci birden fazla ders seçebilir. Ayrıca her ders, birden fazla öğrenci tarafından seçilebilir. Ancak her bağlantı böyle olmayabilir.

Örneğin, öğrencilerle dersler arasındaki ilişkiyi belirten aşağıdaki semada R bağlantısı bire çok bir bağlantıdır.

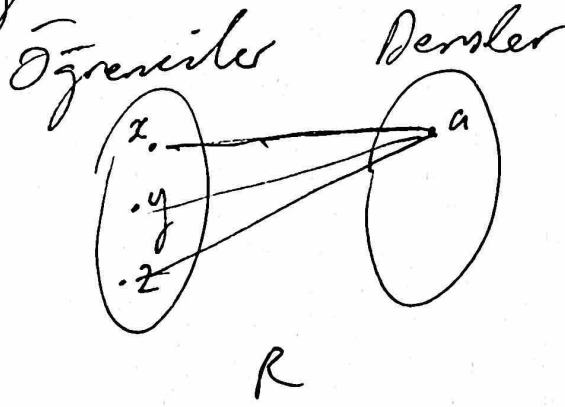


R

(3)

Öte yandan, aşağıdaki örnek çoklu bir

bağıntıya örnektir



Tanım. $R \subseteq A \times B$ bir bağıntı olsun. Bu durumda R 'nin grafı $\text{graf}(R)$ ile gösterilir ve

$$\text{graf}(R) = \{ (x, y) : x \in A \text{ ve } y \in B \text{ ve } (x, y) \in R \}$$

kümesi olarak tanımlıdır.

Örnek. A kümesi Türkiye'deki şehirler ve B kümesi motorlu araç plakalarının il kodu kümesi olsun. $R \subseteq A \times B$ bağıntısının grafı $\text{graf}(R)$

$$\text{graf}(R) = \{ (Ankara, 06), (İstanbul, 34), (İzmir, 35), (Adana, 01), \dots \}$$

şeklindeki kümedir.

Tanım. Bir $R \subseteq A \times B$ bağıntısının tersi
 $R^{-1} \subseteq B \times A$ olarak tanımlıdır. Yani

$$R^{-1} = \{ (b, a) : (a, b) \in R \}.$$

Yukarıdaki örnekte verilen bağıntının tersinin grafiği

$$\text{graf}(R^{-1}) = \{ (06, Ankara), (34, İstanbul), (35, İzmir), \\ (01, Adana), \dots \}$$

kümesidir.

Tanım. Bir $R \subseteq A \times B$ bağıntısında
A kümesine R 'nin tanım kümesi, B'ye
ise görüntü kümesi denir.

Önerme. R bir bağıntı olsun. O halde $(R^{-1})^{-1} = R$.