Soyut Matematik ve Mantık - II

6. Hafta Konu Özeti (Sayfa 112 - 116)

Bağıntı Türleri:

$R \subseteq A \times A$ bağıntısı, A kümesi üzerinde tanımlı ikili bir bağıntı olsun.

(i) Eğer her $a \in A$ için, $(a,a) \in R$ ise, R'ye yansımalı bağıntı denir.

Örnek 1. $A = \{6, 8\}$ ve $R = \{(6,6), (6,8), (8,8)\}$ olsun. Bu durumda, A'nın her a elemanı için, $(a,a) \in R$ olduğundan R bağıntısı yansımalıdır.

Örnek 2. $A = \{$Tüm insanlar$\}$ olsun ve R bağıntısı "x kişisi y kişisinin babasıdır" ilişkisi olarak tanımlansın. A'nın her a elemanı için,

"a kişisi kendisinin babasıdır" doğru değildir.

Bu yüzden R bağıntısı yansımalı değildir.

Örnek 1'i ele alalım ve bu kez

$R = \{(6,8), (6,6), (8,6)\}$ olarak tanımlansın.

Her $a \in A$ için $(a,a) \in R$ doğru değildir.

Mesela $(8,8) \notin R$. Bu yüzden R bağıntısı burada yansımalı değildir.

(ii) Eğer, her $a, b \in A$ için, $(a,b) \in R$ <u>olduğunda</u> $(b,a) \in R$ oluyorsa R bağıntısına <u>simetrik</u> denir.

<u>Örnek 3</u>. $A = \{1,2,3\}$ ve $R = \{(2,3), (3,2), (1,2), (2,1)\}$ olsun. Bu durumda R bağıntısı simetriktir.

Çünkü $(2,3) \in R$ iken $(3,2) \in R$.

$(1,2) \in R$ iken $(2,1) \in R$.

<u>Örnek 4</u>. $A = \{$ ~~Bir aildeki kardeşler~~ Tüm insanlar $\}$ olsun.

R bağıntısı A kümesi üzerinde tanımlı,

"a kişisi b kişisinin kardeşidir"

ilişkisi olarak tanımlansın. Buna göre R bağıntısı simetrik bir bağıntıdır. Çünkü bir a kişisi b kişisinin kardeşi ise, aynı zamanda b kişisi a nın kardeşi olur.

Örnek 5. $A=\{1,2,3\}$ olsun.

$R=\{(1,2),(3,2),(2,3)\}$ olarak tanımlansın.

Buna göre R bağıntısı simetrik değildir

çünkü $(1,2)\in R$ olmasına rağmen $(2,1)\notin R$.

(iii) Eğer $(a,b)\in R$ ve $(b,a)\in R$ olduğunda $a=b$ olmak zorundaysa, R bağıntısına anti-simetrik denir.

Doğal sayılar kümesi üzerinde tanımlı olan "$a\leq b$" bağıntısı antisimetriktir. Çünkü $a\leq b$ ve $b\leq a$ olduğunda $a=b$ sağlanmak zorundadır.

$(a,b)\in R$ ve $(b,a)\in R$ sağlandığında $a=b$ olmak zorunda olmayan R bağıntıları anti-simetrik olmaz.

(iv) Eğer $(a,b)\in R$ ve $(b,c)\in R$ olduğunda $(a,c)\in R$ oluyorsa, R bağıntısına geçişimli denir.

Örnek 6. $A = \{\square, \triangle, *\}$ ve

$$R = \{(\square,\square), (\square,\triangle), (\triangle,*), (\square,*)\}$$

olsun. Buna göre R bir geçişimli bağıntıdır.

Çünkü $(\square,\triangle) \in R$ ve $(\triangle,*) \in R$ olduğundan $(\square,*) \in R$

olduğu görülür.

Örnek 7 $A = \{\square, \triangle, *\}$ ve

$$R = \{(\square,\square), (\square,\triangle), (\triangle,\square)\}$$ olsun.

R yine geçişimlidir. Çünkü

$(\square,\triangle) \in R$ ve $(\triangle,\square) \in R$ olduğundan $(\square,\square) \in R$

olduğu görülür.

Örnek 8 $A = \{\square, \triangle, *\}$ ve $R = \{(\square,\triangle), (\triangle,*), (\square,*), (*,\square)\}$

olsun. Burada R geçişimli <u>değildir.</u>

Çünkü $(\square,*) \in R$ ve $(*,\square) \in R$ olmasına rağmen

$(\square,\square) \notin R$.

Örnek 7'de R bağıntısının simetrik olduğunu ancak ~~[illegible]~~ yansımalı olmadığını gözlemleyiniz.

Örnek 8'de R bağıntısının ne simetrik ne de ~~[illegible]~~ yansımalı olmadığını gözlemleyiniz.

(v) Eğer ~~[illegible]~~ her $a, b \in A$ için ya $(a,b) \in R$ ya da $(b,a) \in R$ sağlanıyorsa R bağıntısına <u>örgün</u> denir.

Örgün bağıntılarda, kümenin herhangi iki ~~[illegible]~~ elemanı birbiriyle ilişkilidir.

<u>Örnek 9</u>. $A = \{1,2,3\}$ ve

$$R = \{(1,1), (2,2), (3,3), (1,2), (1,3), (2,3)\}$$

olsun. Buna göre herhangi $a, b \in A$ için ya $(a,b) \in R$ ya da $(b,a) \in R$ olduğu gözlemlenir.

---

* Konuyla ilgili ünite alıştırmalarını (sayfa 115) çözün.

* Bu özette bahsedilmeyen konulardan öğrenciler sorumlu <u>olmayacaktır</u>.