

Soyut Matematik ve Mantık-II

7. Hafta Konu Özeti (sayfa 117-120)

Kümeler Ailesi

Tanım. Kümelerden oluşan kümeye aile denir.

Örnek 1. $F = \{ \{1,2\}, \{2\}, \{1,4,2\} \}$

bir ailedir.

Genel olarak bir ailedeki kümeler A_1, A_2, A_3, \dots şeklinde nicelendirilebilir. Örneğin, yukarıdaki F ailesini

$$F = \{ \overset{A_1}{\{1,2\}}, \overset{A_2}{\{2\}}, \overset{A_3}{\{1,4,2\}} \}$$

$$= \{ A_i : i \in \{1,2,3\} \}$$

şeklinde de yazabiliriz. Burada i sembolüne indis denir.

Aile kavramıyla ilgili bilinmesi gereken en önemli iki kavram küme ailesinin birleşimi ve kesişimidir.

Kümeler ailesinin Birleşimi

Bir ailenin birleşimi, o ailedeki tüm kümelerin birleşimine eşittir.

Örnek 2

$$A = \{ \{1,2,3\}, \{2,3,4\}, \{4,1,5\} \}$$

bir aile olsun. O zaman A ailesinin birleşimi

$$\begin{aligned} \cup A &= \{1,2,3\} \cup \{2,3,4\} \cup \{4,1,5\} \\ &= \{1,2,3,4,5\} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek 3

$A = \{ \{1, \{2,3\}\}, \{ \{1\}, 2, 3 \} \}$
bir aile olsun. O zaman,

$$\begin{aligned} \cup A &= \{1, \{2,3\}\} \cup \{ \{1\}, 2, 3 \} \\ &= \{1, 2, \{2\}, 3, \{1\}\} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Kümeler Ailesinin Kesişimi

Bir ailenin kesişimi, o ailedeki tüm kümelerin kesişimine eşittir.

Örnek 4. Örnek 2'deki aileyi ele alalım.
O zaman A ailesinin kesişimi

$$\begin{aligned}\bigcap A &= \{1,2,3\} \cap \{2,3,4\} \cap \{4,1,5\} \\ &= \emptyset\end{aligned}$$

Örnek 5. Örnek 3'teki aileyi ele alalım.
Buna göre

$$\begin{aligned}\bigcap A &= \{1, \{2\}, 3\} \cap \{\{1\}, 2, 3\} \\ &= \{3\}\end{aligned}$$

Tanım. Bir A ailesindeki kümelerin her biri birbirleriyle ayrık ise, A ailesine ayrık aile denir.

Örnek 6. $A = \{ \{1,2,4\}, \{ \{1\}, 3, \{4\} \} \}$
ailesi ayrıktır.

Öte yandan, Örnek 2 ve Örnek 3'teki aileler ayrık değildir.

Ayrıştırma (Bölüştürme)

Tanım. Boş olmayan bir ~~A kümesi~~ ^{A kümesi} verilsin.

Aşağıdaki özelliklere sahip bir S ailesine A kümesinin bir bölüştürmesi (ya da ayrıştırması)

denir:

- (i) S 'ye ait kümelerin her biri A 'nın bir altkümesidir
- (ii) S 'nin hiçbir elemanı boşküme değildir.
- (iii) S ailesi ayrıktır
- (iv) $\bigcup S = A$

Bir kümenin birçok bölüştürmesi olabilir.

Örnek 7. ~~A~~ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ olsun.

A 'nın bir bölüştürmesi

$S_1 = \{ \{1, 2\}, \{3\}, \{4\} \}$ olabilir.

Bir diğeri, $S_2 = \{ \{1, 2, 3\}, \{4\} \}$ olabilir.

Bir diğ er bölüştürmesi

$S_3 = \{ \{1\}, \{2,3\}, \{4\} \}$ olabilir.

Bütün bunlar tanımda veriden koşulları
~~sağlamaktadır~~ sağlamaktadır.

Kümelele ilgili olan birleşim ve kesim işlemlerinde De Morgan Kuralını hatırlayın.

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

* Bu özetle bahsedilmeyen konulardan öğrenciler sorumlu olmayacaktır.